

Rút gọn và tính giá trị của biểu thức

A. Cách rút gọn tính giá trị của biểu thức

1. Tìm điều kiện xác định của biểu thức chứa căn thức

Để tìm điều kiện xác định của biểu thức chứa căn, ta cần ghi nhớ các lý thuyết dưới đây:

- + Hàm số \sqrt{A} xác định $\Leftrightarrow A \geq 0$
- + Hàm phân thức xác định khi và chỉ khi mẫu thức khác 0.
- + Hàm phân thức $\frac{\sqrt{A}}{B}$ dưới mẫu xác định $\Leftrightarrow A > 0$

2. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai

Để rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai, ta thực hiện các bước sau:

- + Bước 1: tìm điều kiện xác định để biểu thức chứa căn thức bậc hai có nghĩa.
- + Bước 2: dùng các phép biến đổi đơn giản và thu gọn biểu thức, như:
 - Quy đồng (đối với phép cộng, trừ); nhân, chia
 - Phá ngoặc: bằng cách nhân đơn, đa thức hoặc dùng hằng đẳng thức
 - Thu gọn: cộng, trừ các hạng tử đồng dạng
 - Phân tích thành nhân tử - rút gọn

3. Tính giá trị của biểu thức lớp 9

- + Bước 1: Tìm điều kiện xác định của biểu thức, rút gọn biểu thức (nếu cần).
- + Bước 2: Đối chiếu điểm $x = x_0$ với điều kiện xác định..
- + Bước 3: Nếu giá trị $x = x_0$ thỏa mãn điều kiện thì thay vào biểu thức để tính được giá trị của biểu thức.
- + Bước 4: Kết luận.

4. Các công thức biến đổi căn thức thường gặp

\sqrt{A} có nghĩa khi $A \geq 0$

$$\sqrt{A^2} = |A|$$

$$\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \text{ (với điều kiện } A \geq 0; B \geq 0)$$

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \text{ (với điều kiện } A \geq 0; B \geq 0)$$

$$\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} \text{ (với điều kiện } B \geq 0)$$

$$A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B} \text{ (với điều kiện } A \geq 0; B \geq 0)$$

$$A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B} \text{ (với điều kiện } A < 0; B \geq 0)$$

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB} \text{ (với điều kiện } AB \geq 0; B \neq 0)$$

$$\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \text{ (với điều kiện } B > 0)$$

$$\frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} \text{ (với điều kiện } A \geq 0; B \geq 0; A \neq B)$$

+ Các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử: Bằng cách phân tích thành nhân tử ta có thể rút gọn nhân tử chung ở cả tử và mẫu của một phân thức.

+ Các tính chất cơ bản của một phân thức. Sử dụng các tính chất này ta có thể nhân với biểu thức liên hợp của tử (hoặc mẫu) của một phân thức, giản ước cho một số hạng khác 0, đổi dấu phân thức,... đưa phân thức về dạng rút gọn.

B. Ví dụ minh họa rút gọn và tính giá trị của biểu thức

Bài 1: Tìm điều kiện để các biểu thức dưới đây có nghĩa:

a) $\sqrt{-5x-10}$

b) $\sqrt{\frac{x+3}{4-x}}$

Lời giải:

a) Để $\sqrt{-5x-10}$ có nghĩa $\Leftrightarrow -5x-10 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2$

Vậy với $x \leq -2$ thì biểu thức có nghĩa.

$$\text{b) Để } \sqrt{\frac{x+3}{4-x}} \text{ có nghĩa } \frac{x+3}{4-x} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x < 4$$

Vậy với $-3 \leq x < 4$ thì biểu thức có nghĩa.

Bài 2: Cho hai biểu thức $A = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$

Rút gọn biểu thức $S = A - B$

Lời giải:

$$A = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} \text{ và } B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

Đkxđ: $x \geq 0; x \neq 1$

$$A = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$A = \frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$A = \frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$A = \frac{x+2+x-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$A = \frac{2x+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$\begin{aligned} S = A - B &= \frac{2x+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{2x+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{2x+1-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

Bài 3: Cho biểu thức $A = \frac{x - \sqrt[3]{x}}{x-1}$ với $x \neq 1$. Tính giá trị của A khi $x = 8$

Lời giải:

$$A = \frac{x - \sqrt[3]{x}}{x-1} \quad (\text{đkxđ: } x \neq 1)$$

Thay $x = 8$ (thỏa mãn) vào biểu thức A có:

$$A = \frac{8 - \sqrt[3]{8}}{8-1} = \frac{8-2}{7} = \frac{6}{7}$$

Vậy với $x = 8$ thì $A = \frac{6}{7}$

C. Bài tập tính giá trị của biểu thức

Bài 1: Tìm điều kiện xác định để các biểu thức dưới đây có nghĩa:

1) $\sqrt{-7x}$

2) $\sqrt{2-5x}$

3) $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$

4) $\frac{15x-3}{\sqrt{x-4}}$

5) $2-6\sqrt{7x+3}$

6) $\frac{1}{\sqrt{x^2+x-2}}$

Bài 2: Rút gọn biểu thức:

1) $A = \left[\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} - (\sqrt{x}+2) \right] \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{2}$

2) $B = \frac{1}{x^2-\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}$

Bài 3: Tính giá trị của biểu thức:

1, $M = \frac{1}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} - \frac{x+9}{x-9}$ tại $x=4$

2, $N = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{3\sqrt{x}-4}{1-x}$ tại $x=9$

3, $D = \frac{1}{\sqrt{x+2\sqrt{x}-1}} + \frac{1}{\sqrt{x-2\sqrt{x}-1}}$ tại $x=3$

4, $C = A : B$ tại $x = \frac{-1}{2}$ với $A = \left(\frac{x}{x^2-4} + \frac{4}{2-x} + \frac{3}{x+2} \right)$ và $B = x-2 + \frac{11-x^2}{x+2}$

5, $E = \frac{\sqrt{2x+2\sqrt{x^2-4}}}{\sqrt{x^2-4+x+2}}$ tại $x=2(\sqrt{3}+1)$

6, $F = \left(\frac{3}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{1-a} \right) : \left(\frac{3}{\sqrt{1-a^2}} + 1 \right)$ tại $a = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

7, $A = \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} + \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3}$ tại $x=6-2\sqrt{5}$

8, $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ tại $x = \frac{16}{25}$

$$9, P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right) \text{ tại } x = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$$

$$10, M = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1} \right) \text{ tại } x = 7 - 4\sqrt{3}$$

GIAITOAN